

Opgaven blackbody spectrum - Keuzecollege

sterrenstelsels en zwarte gaten

5 februari 2008

Sterren hebben verschillende kleuren. Dit kan je met je blote oog al zien. Aan deze kleuren leiden astronomen af wat zo ongeveer de temperatuur van de ster is. Hierbij behandelen de astronomen de ster als een 'blackbody', een zwarte straler.

Licht en andere elektromagnetische straling wordt overgebracht door fotonen. Deze fotonen worden uitgezonden door het ene materiaal en opgenomen door ander materiaal. Maar een materiaal kan niet straling van alle golflengtes uitzenden of absorberen. De golflengtes waarop wordt uitgezonden of die worden geabsorbeerd hangen onder andere af van de moleculaire structuur van het materiaal (zitten de moleculen in een rooster of liggen ze los door elkaar, zijn er veel losse elektronen, hoe zien de moleculen zelf er uit).

Dat licht van een bepaalde golflengte wordt uitgezonden of opgevangen betekent namelijk dat er deeltjes in het materiaal zijn (atomen of elektronen) die met die bepaalde frequentie kunnen oscilleren.

Stel je een afgesloten ruimte voor, met een kleine opening. Alle straling die door de opening gaat wordt opgenomen door de afgesloten ruimte. Dit betekent dus dat de deeltjes in de ruimte gaan oscilleren met de frequentie van de straling die er in komt. Het vibreren van deeltjes zorgt voor warmte.

Andersom geldt hetzelfde: de temperatuur in de afgesloten ruimte laat de inhoud meer of minder vibreren. De frequentie van de oscillaties bepaald de frequentie van de straling die uitgezonden wordt. De straling die door de opening naar buiten komt moet dus informatie bij zich hebben over de temperatuur in de ruimte. De enige informatie die een elektromagnetische golf heeft is z'n frequentie of golflengte.

Zo'n afgesloten ruimte wordt een perfecte zwarte straler genoemd. Dit is natuurlijk omdat iets dat zwart is al het zichtbare licht absorbeert, maar een zwarte straler hoeft geen zwart voorwerp te zijn. Andere dingen kunnen we ook beschrijven als zwarte stralers, al zijn ze dan niet perfect, zoals bijvoorbeeld sterren.

De energie van de zwarte lichaamsstraling (blackbody radiation) wordt gegeven door de wet van Planck:

$$I(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \delta\nu$$

Hierin is $I(\nu)$ de energie als functie van de frequentie van de straling. ν is dus de frequentie. Verder is h de constante van Planck, c de lichtsnelheid in

vacuüm, k de constante van Boltzmann en T de temperatuur van het object dat de straling afgeeft.

Hieronder zijn wat opgaven om te ontdekken hoe het spectrum van een zwarte straler werkt. Zoek de waarden voor constanten op in Binas.

1. Wat is de eenheid van $I(\nu)$? Is dat gewoon Joule of iets anders? Sterrenkundigen gebruiken vaak *ergs* in plaats van Joule, en *cm* in plaats van *m*. Wat wordt de eenheid van $I(\nu)$ dan?

2. Je kan de energie ook uitdrukken in de golflengte van de straling in plaats van de frequentie. $\lambda = \frac{c}{\nu}$ Wat wordt dan de formule voor $I(\lambda)$?

Hint: omdat je moet veranderen van variabele moet je de differentiaal $\frac{\delta\nu}{\delta\lambda}$ uitrekenen.

3. Als de temperatuur hoger ligt, wat verandert er dan aan de grafiek? En als de temperatuur lager is?

4. Als de temperatuur van een ster erg hoog ligt, of de frequentie is erg laag dan kan $kT \gg h\nu$. In dat geval kan je de formule van Planck versimpelen. Dit wordt de Rayleigh-Jeans limiet van het Planck spectrum genoemd. Wat is daar de formule van?

Hint: gebruik dat je e^x kan benaderen door $1 + x$ in het geval dat x erg klein is.

5. Ook in het geval dat de temperatuur erg laag is, of de frequentie erg hoog, ($h\nu \gg kT$) is er een formule die de limiet weergeeft. Deze limiet heet de Wien Distribution Law of Wien Approximation, hij ziet er wat ingewikkelder uit dan de Rayleigh-Jeans limiet maar is makkelijker af te leiden. Bedenk wat de Wien limiet zou kunnen zijn.

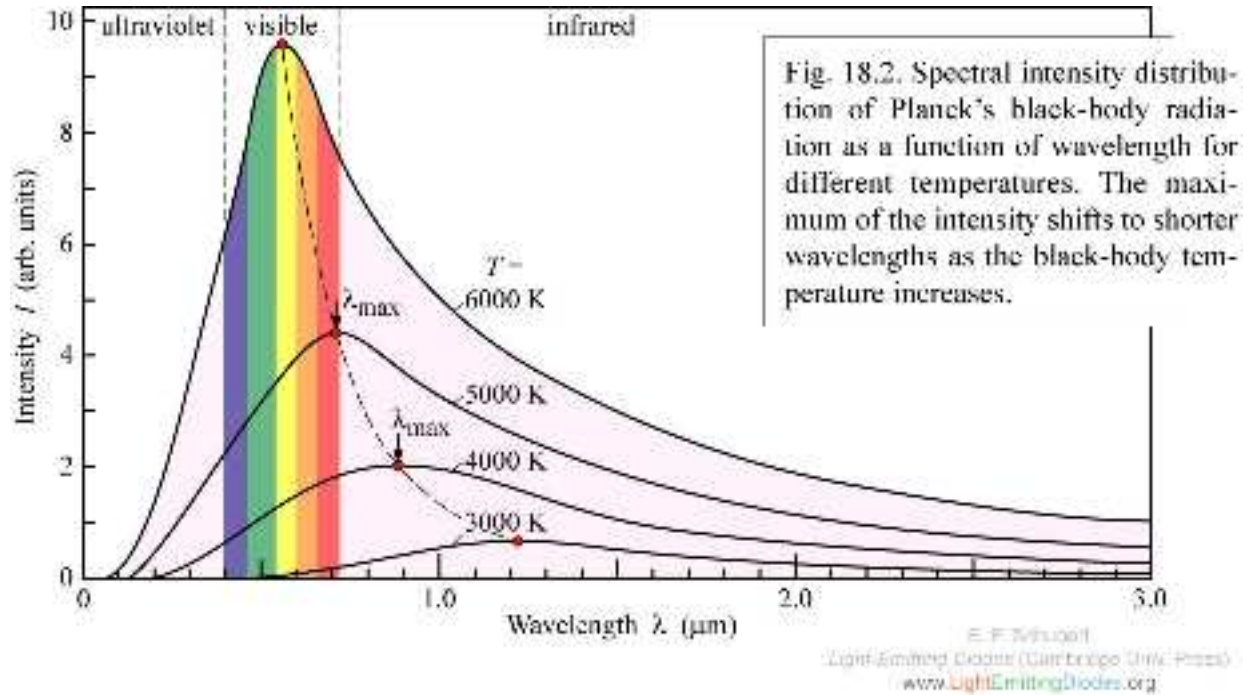
6. Een wet die je vast wel kent is de Wien Displacement Law. Deze wet geeft de golflengte of frequentie van de piek in het spectrum.

$$\text{Voor golflengte: } \lambda_{peak} * T = 2.899 * 10^{-3} mK \text{ En voor frequentie: } \\ \nu_{peak} = 5.875 * 10^{10} * THzK^{-1}$$

Het afleiden van deze wet is wat lastiger. Je weet waarschijnlijk wel dat bij de piek de afgeleide gelijk aan 0 moet zijn. Probeer de afgeleide van de Planck functie uit te rekenen en stel hem gelijk aan nul. Ga echter door na de volgende vraag als je er niet uit komt.

7. Zoals je kan zien in de grafiek van de energie van een zwarte straler als functie van de golflengte verschuift de piek-frequentie telkens een beetje naar links als de temperatuur hoger wordt. Als je een lijn door alle toppen trekt, wat zou dan de formule voor die lijn zijn? Als je de energie van een zwarte straler uitzet tegen de frequentie is er natuurlijk ook zo'n lijn in de grafiek te vinden. Hoe zou die lijn dan lopen?

8. Wat heeft een hogere temperatuur, een rode of een blauwe ster, en waarom?



9. De effectieve temperatuur van de zon (het oppervlak) is 5778 Kelvin. Op welke frequentie en welke golflengte zend de zon het meeste uit? Wat is de totale intensiteit van de zon op die frequentie (dus op het zonoppervlak)? Wat is de helderheid van de zon? Wat is de flux van de straling van de zon op aarde?